

Занимательные задачи

Математические игры

Головоломки

Лабиринты

Лабиринты

А. Г. КОНФОРОВИЧ

Головоломки

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОЗАИКА

Лабиринты

Математические игры

Головоломки

Математические игры

Лабиринты

Занимательные задачи

Лабиринты

Занимательные задачи

Лабиринты

Математические игры

Лабиринты

Головоломки

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОЗАИКА

*Математические игры
Занимательные задачи
Головоломки
Лабиринты*

Можно по-разному распорядиться свободным временем.

Спорт, концерты, кино, музеи, театр — все хорошо. Но найдите несколько минут и для игр-головоломок. Работа над ними втянет вас в такую деятельность, в которой раскроются еще не известные вам силы вашего ума. Как отмечал *М. В. Ломоносов*, „*Математику уже затем учить надо, что она ум в порядок приводит*“. Ведь мышление начинается там, где есть проблема, то есть ситуация, когда еще не все известно, что-то вызывает вопрос, когда необходим поиск путей к решению поставленной задачи.

Несмотря на многочисленные педагогические методы, приемы, опыты, теории и т. д., математика все еще остается самым трудным из школьных предметов. Часто даже те, кто стремился овладеть ее сокровищами, вспоминают о ней с нескрываемой неприязнью. Этого могло и не быть, если бы вовремя понять, что основой всей математической деятельности является прежде всего, умение л о г и ч е с к и м ы с л и т ь и что решение задач не есть привилегия одной лишь математики, но математика помогает решать задачи в любой деятельности человека. Об этом говорил *М. И. Калинин*, обращаясь к советской молодежи: „*Математика дисциплинирует ум, приучает к логическому мышлению. Недаром говорят, что математика — это гимнастика ума. Я не сомневаюсь, что голова у вас ломится от мыслей, но эти мысли надо упорядочить, дисциплинировать, направить, если можно так выразиться, в русло полезной работы. Вот математика и поможет вам справиться с этой задачей* . . .

Какую бы науку вы ни изучали, в какой бы вуз ни поступили, в какой бы области ни работали, если вы хотите оставить там какой-нибудь след, то для этого везде необходимо знание математики . . . Если вы хотите участвовать в большой жизни, то наполняйте свою голову математикой, пока есть к тому возможность. Она окажет вам потом огромную помощь во всей вашей работе“.

Высоким частоколом символов и крутыми тропинками логических доказательств отгородилась математика от непосвященных. Она отпугивает нагромождением формул, сквозь призму которых видно живое пестрое многоцветье жизни. Для того чтобы начинающий легче мог войти в малодоступные, но сказочно богатые сокровищами мысли кварталы бесконечного города самой математики, уже с глубокой древности народной педагогикой, а затем творцами и популяризаторами математики были созданы чудесные „предмесья“ занимательной математики. Выдающийся французский ученый *Блез Паскаль* (1623 — 1662) писал: „*Предметы математики настолько серьезны сами по себе, что иногда полезно сделать их немного развлекательными*“.

Для решения предлагаемых задач не требуется сложных вычислений, не необходимы внимание, сосредоточенность и смекалка. Здесь приведены задачи, разные по сложности. Поэтому испытать себя смекалкой смогут не только любители математики. В решении многих из этих задач можно соревноваться вдвоем, втроем, но лучше — с самим собою.

Каждому доступно испытать драгоценное чувство честно добытой победы в единоборстве с мыслью.

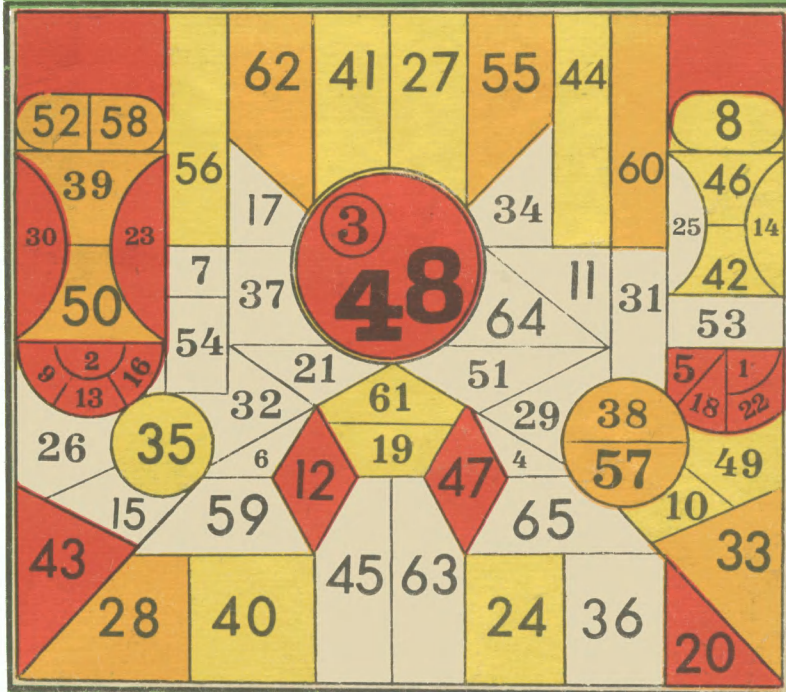
Для того чтобы буклетом могли пользоваться многие на протяжении длительного времени, советуем читателю не выполнять решения непосредственно на буклете.

Ваши отзывы и замечания по поводу этого буклета и пожелания направляйте по адресу: 252054, Киев-54, ул. Гоголевская, 7, Головное издательство издательского объединения „Вища школа“ редакция литературы по математике и физике.

1



2



В таблицах 1 и 2 найдите все последовательные числа (от 1 до 50 и от 1 до 65). Если вы это сделаете за 6 мин., то вы внимательны

и обладаете отличной памятью, если за 8 мин. — вы умеете сосредотачиваться на том, что делаете, отличаетесь изобретательностью.



Атос, Портос, Арамис и д'Артаньян перетягивали канат. Портос с д'Артаньяном легко перетянули Атоса с Арамисом. Когда же Портос стал в паре с Атосом, то победа против Арамиса с д'Артаньяном досталась им уже не так легко, а когда Портос с Арамисом оказались против Атоса с д'Артаньяном, то никакая из этих пар не смогла одолеть другую.

Как мушкетеры распределяются по своей силе?

До царя Гороха дошла молва, что, наконец, кто-то убил Змея Горыныча. Царь Горох знал, что это мог сделать либо Илья Муромец, либо Добрыня Никитич, либо Алеша Попович. А вот и они, запыленные, явились ко двору. Царь стал их спрашивать. Трижды каждый богатырь речь держал. И сказали они так:

Илья Муромец:

1. Не я убил Змея Горыныча.
2. Я уезжал в заморские страны.
3. Змея Горыныча убил Алеша Попович.

Добрыня Никитич:

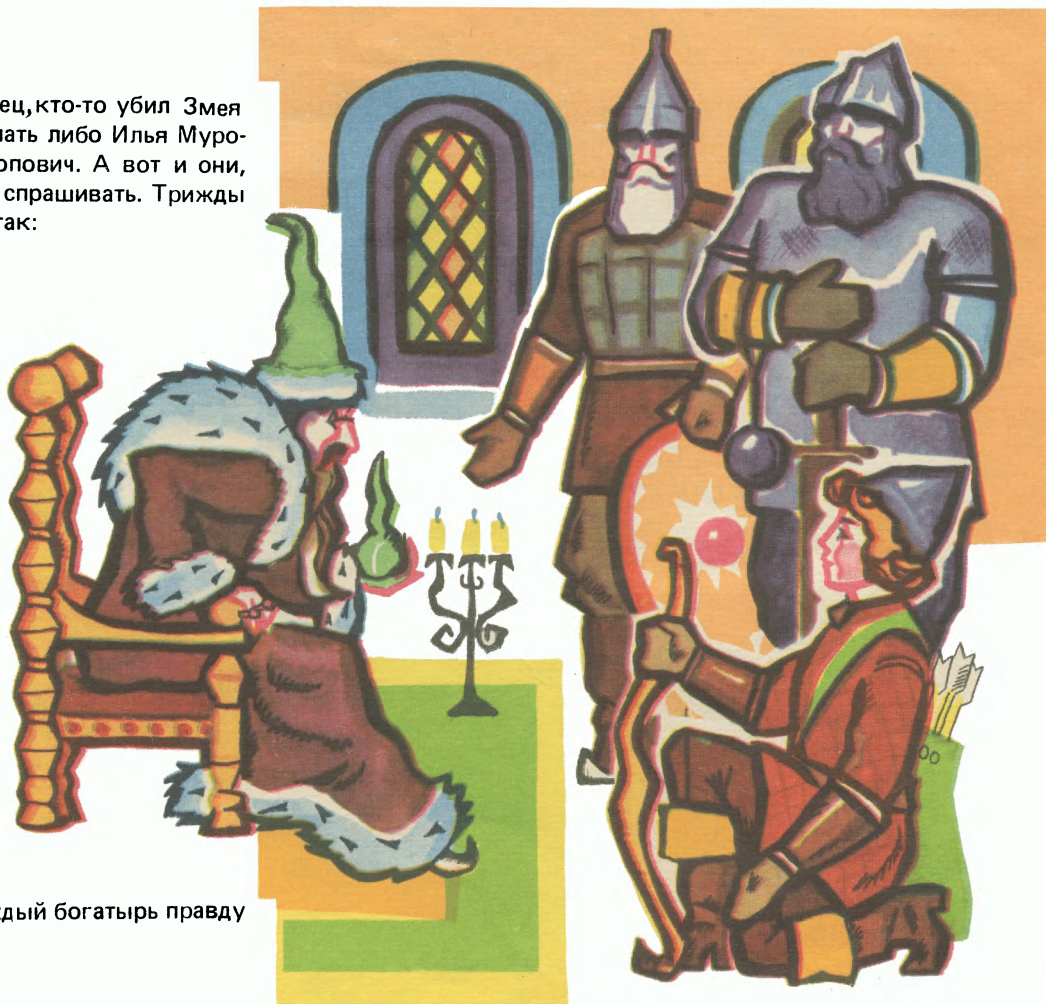
1. Змея Горыныча убил Алеша Попович.
2. Если бы я его и убил, то не сказал бы.
3. Много еще нечистой силы осталось.

Алеша Попович:

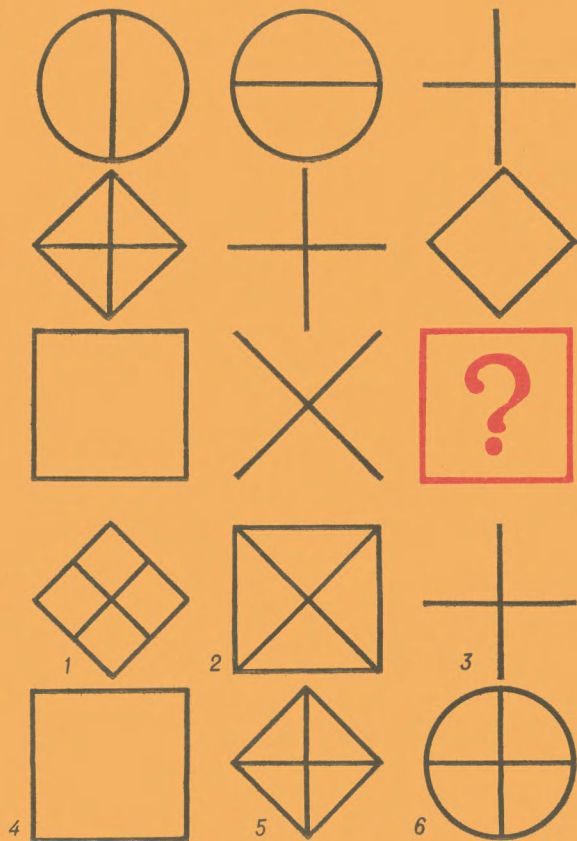
1. Не я убил Змея Горыныча.
2. Я не ищу, какой бы подвиг совершить.
3. И взаправду Илья Муромец в заморские страны уезжал.

Потом царь Горох узнал, что дважды каждый богатырь правду говорил, а один раз лукавил.

Кто убил Змея Горыныча?

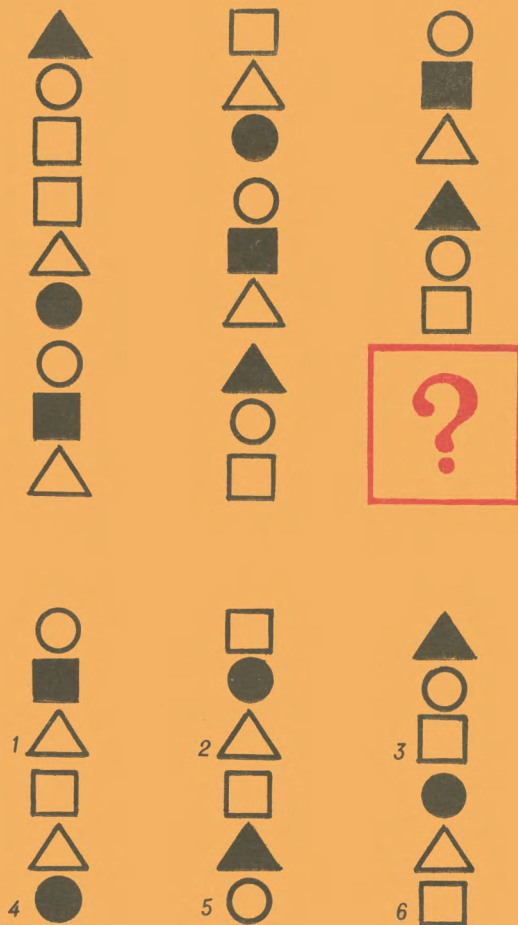


5



Определите закономерности, по которым составлены данные множества фигур 5, 6, множество спортивных эмблем и множество лиц. Выберите ту из занумерованных внизу фигур, которая удовлетворяет соответствующее свойство и должна находиться в красном квадрате.

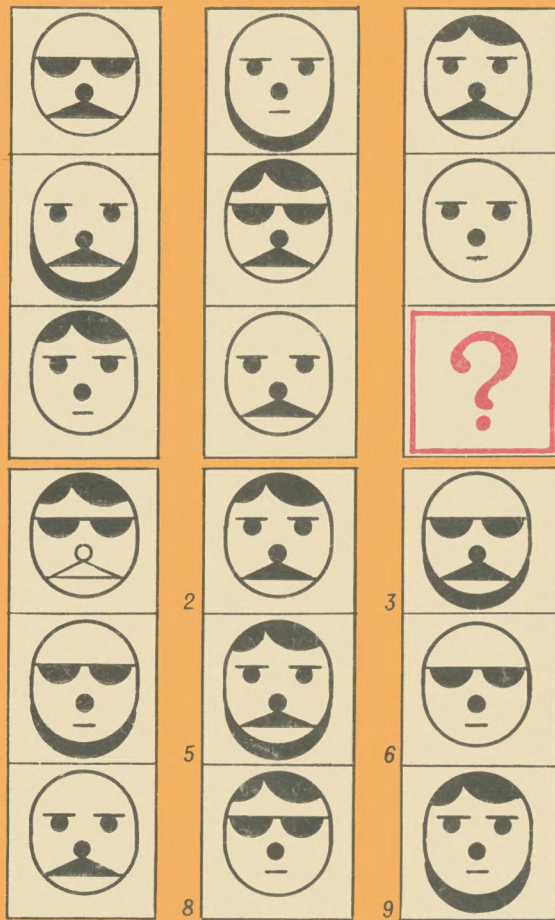
6



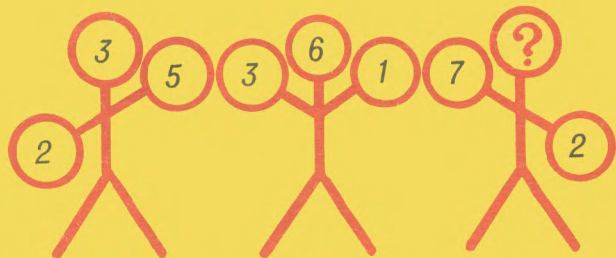
7



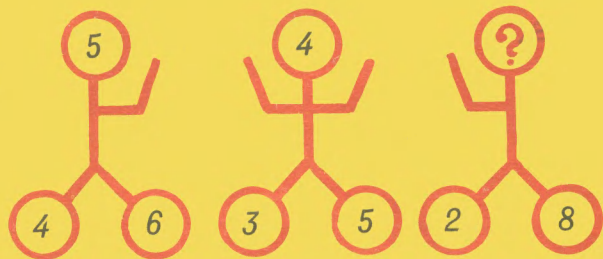
8



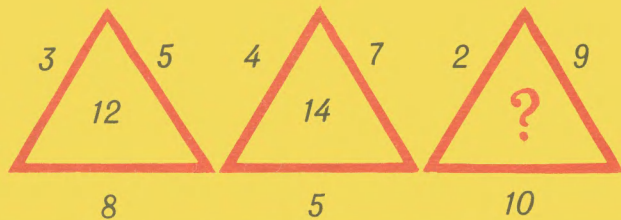
9



10



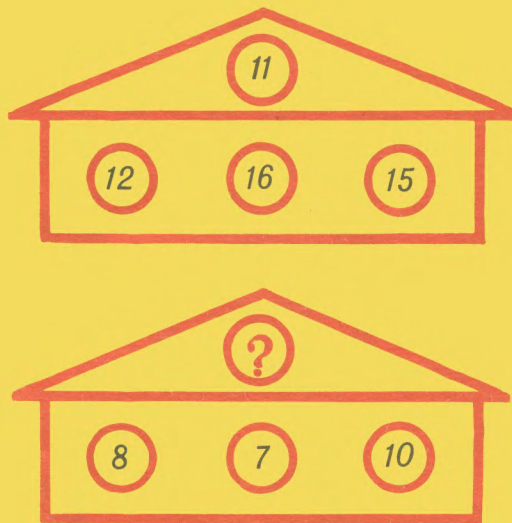
11



12

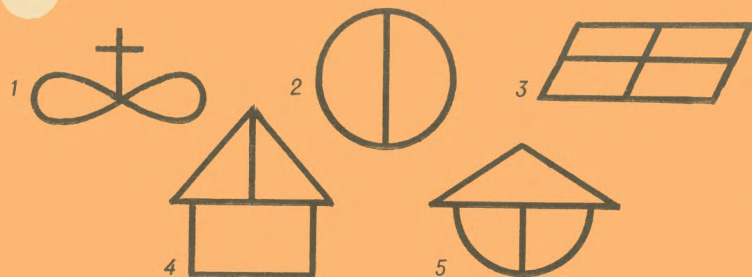


13

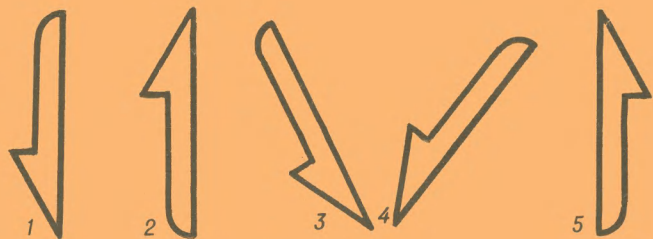


Определите закономерности, по которым заданы числовые множества 9–13, и запишите вместо вопросительных знаков числа, удовлетворяющие соответствующие свойства.

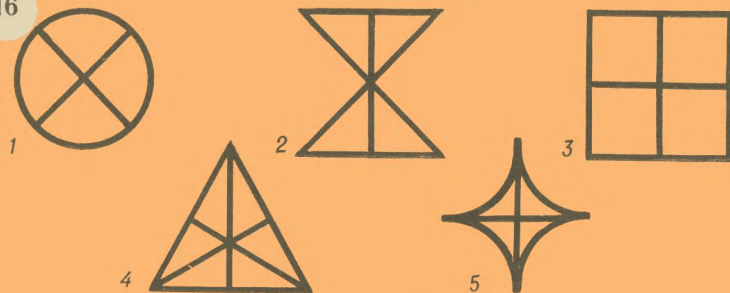
14



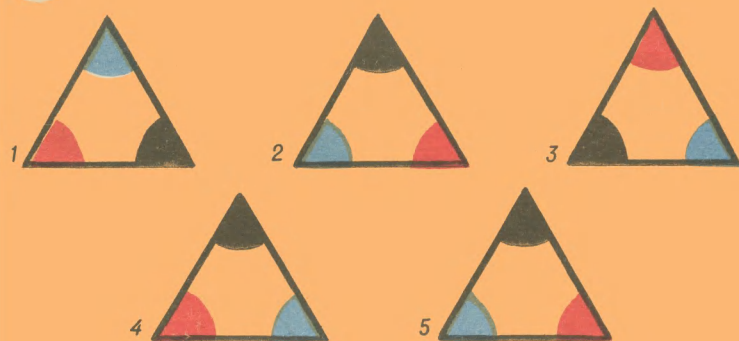
15



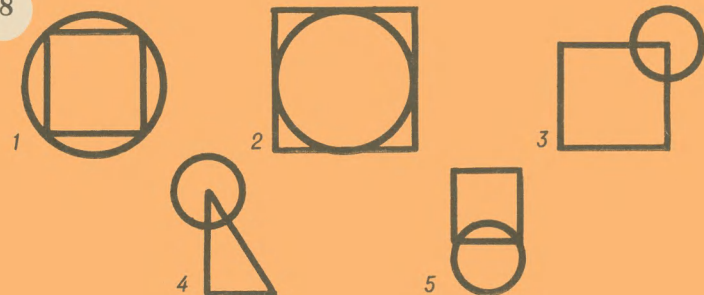
16



17

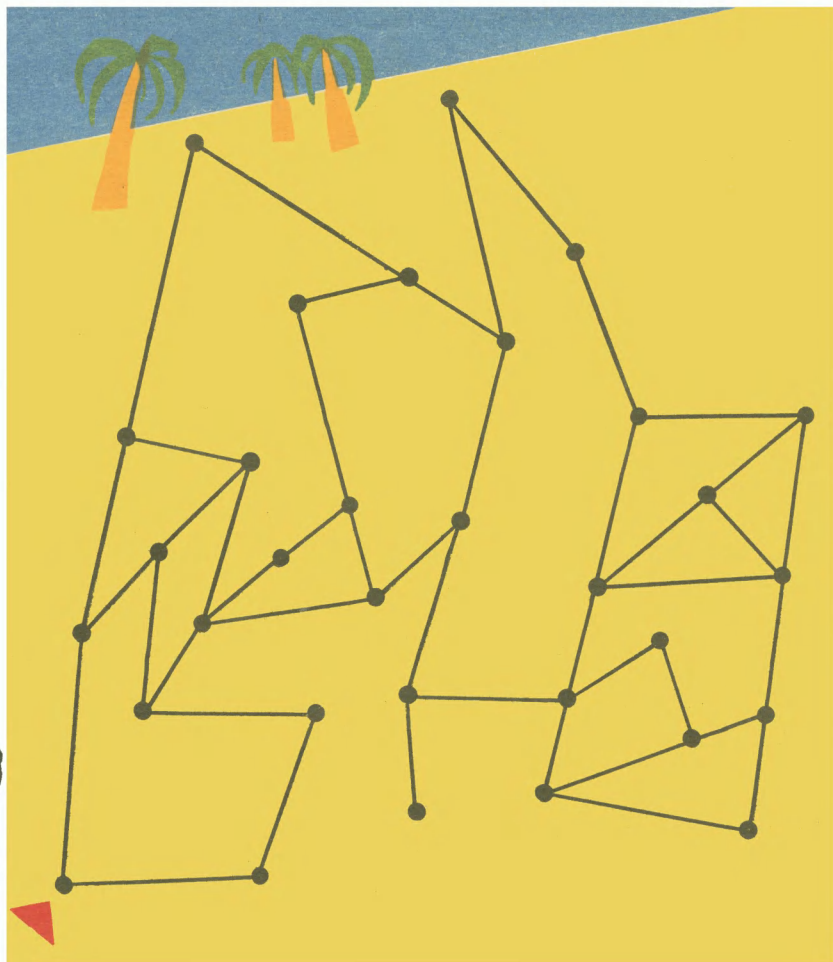


18



В каждом из множеств 14–18 найдите фигуру, не удовлетворяющую закономерности, по которой составлено соответствующее множество.

Жил-был крокодил,
 симпатичный крокодил,
 только он нечетных чисел
 почему-то не любил.
 Дом упрянца крокодила
 в трех шагах стоял от Нила,
 но купаться крокодил
 той дорогой не ходил.
 Он до нильских берегов
 мог дойти за пять шагов,
 но и этого маршрута
 избегал он почему-то.
 Вот упрямец, вот чудак,
 он петлял и так и сяк,
 лишь бы к Нилу привело
 только четное число.
 Покажите, как ходил
 в Нил купаться крокодил.



(Расстояние между двумя соседними точками равно одному шагу).

20

$$2 \circ 6 \circ 3 \circ 4 \circ 5 \circ 8 = 12$$

$$9 \circ 8 \circ 1 \circ 3 \circ 5 \circ 2 = 12$$

$$8 \circ 6 \circ 1 \circ 7 \circ 9 \circ 5 = 12$$

$$3 \circ 2 \circ 1 \circ 4 \circ 5 \circ 3 = 12$$

$$7 \circ 9 \circ 8 \circ 4 \circ 3 \circ 5 = 12$$

Расставьте между числами знаки сложения и вычитания так, чтобы получились правильные равенства.

21

12 14 13

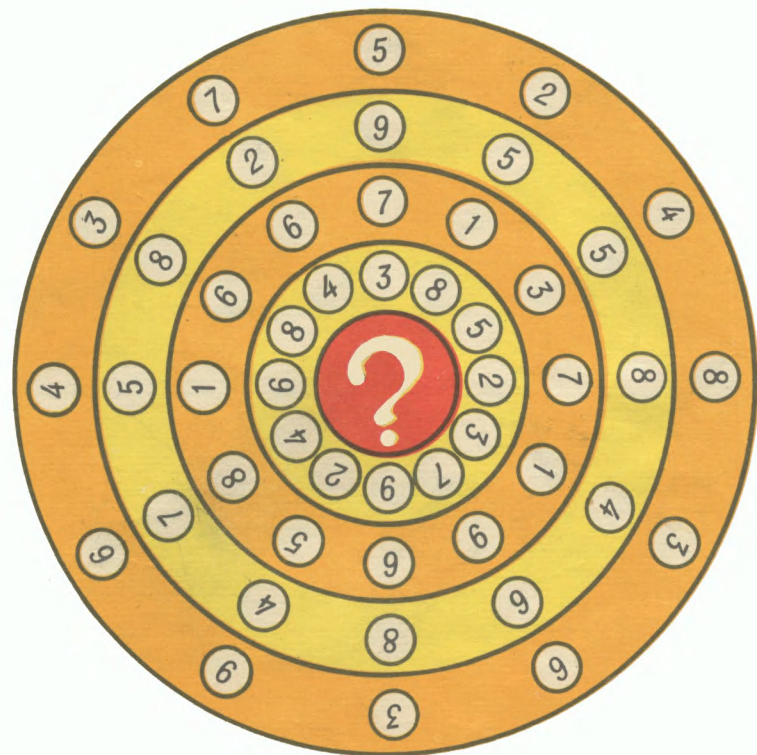
5 8 11 3 2 7 17

15 10 9 3 18 19 6

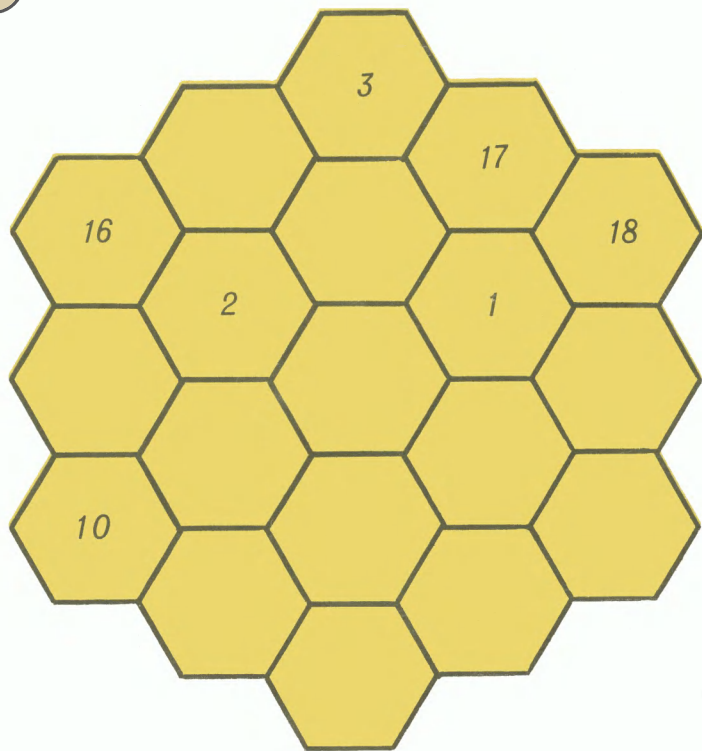
4 16 8

Разделите фигуру на четыре части так, чтобы суммы чисел в каждой из них были равными.

22

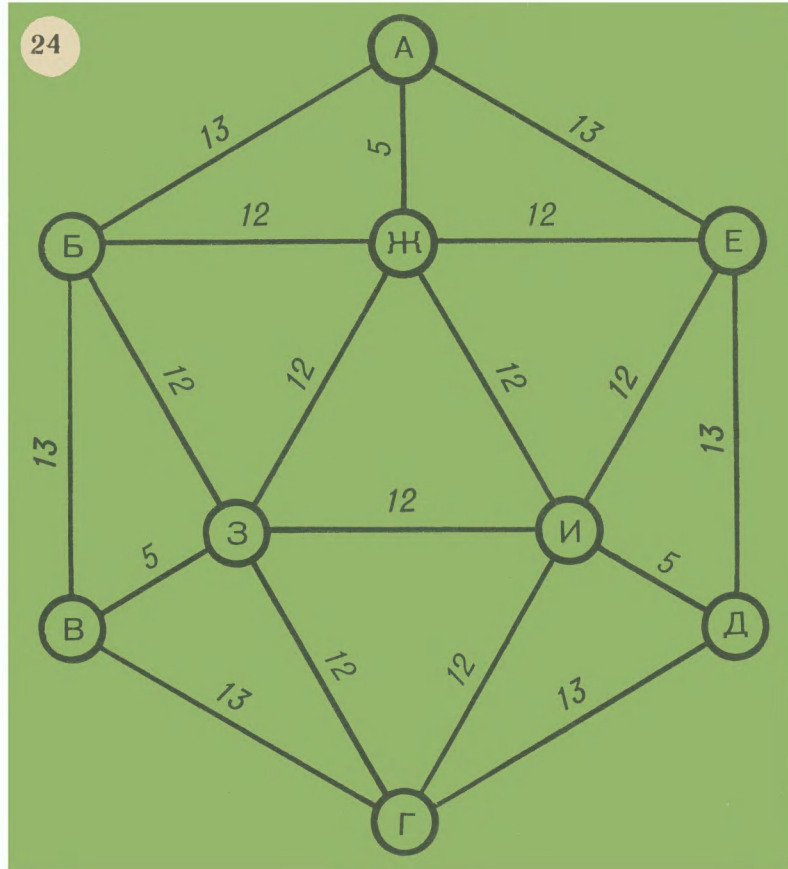


Поверните четыре кольца, изображенные на рисунке, так, чтобы сумма любых четырех чисел, расположенных на одном радиусе, была равна одному и тому же числу. Какое это число?



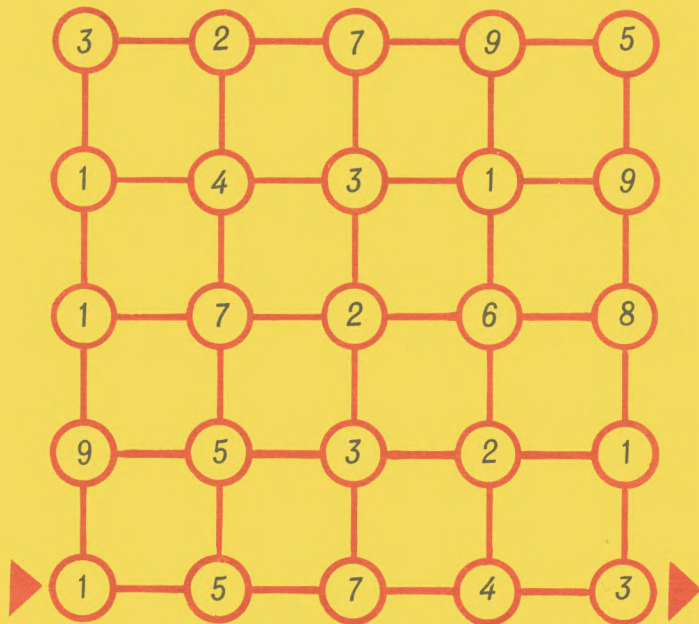
Один любитель математики попытался записать числа от 1 до 19 в шестиугольник так, чтобы он стал магическим, то есть, чтобы суммы по всем направлениям были одинаковы. Этому занятию он посвятил 47 лет.

Мы записали 7 чисел, и теперь вы легко допишете двенадцать недостающих чисел и получите магический шестиугольник с суммой 38. Этот шестиугольник единственный.



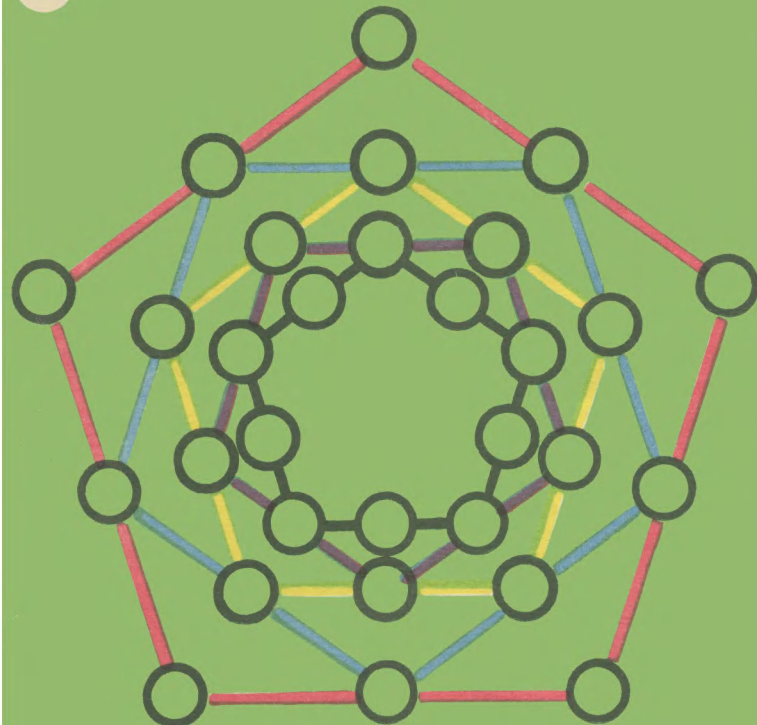
Автоинспектор, выехав из пункта А, поехал кратчайшим путем по всем дорогам между девятью пунктами. По некоторым дорогам, естественно, он проезжал дважды. Возвращение в пункт А не обязательно. Расстояния между пунктами показаны на рисунке. Какой путь выбрал автоинспектор?

25



Пройдите из нижнего левого угла (кружочек 1) в нижний правый угол (кружочек 3) таким маршрутом, чтобы сумма чисел по линии маршрута была равна 45.

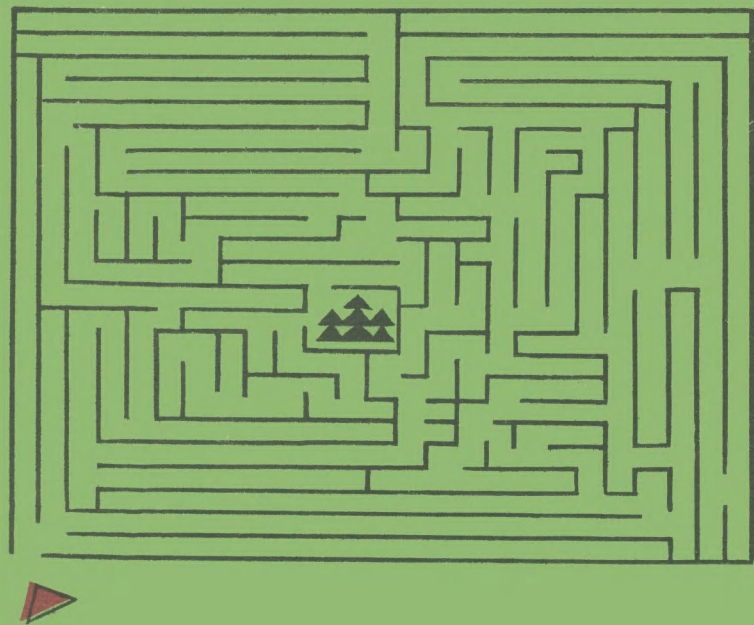
26



Впишите в кружочки данной фигуры числа от 1 до 30 так, чтобы сумма четырех чисел, входящих в любой треугольник, была равна 52.

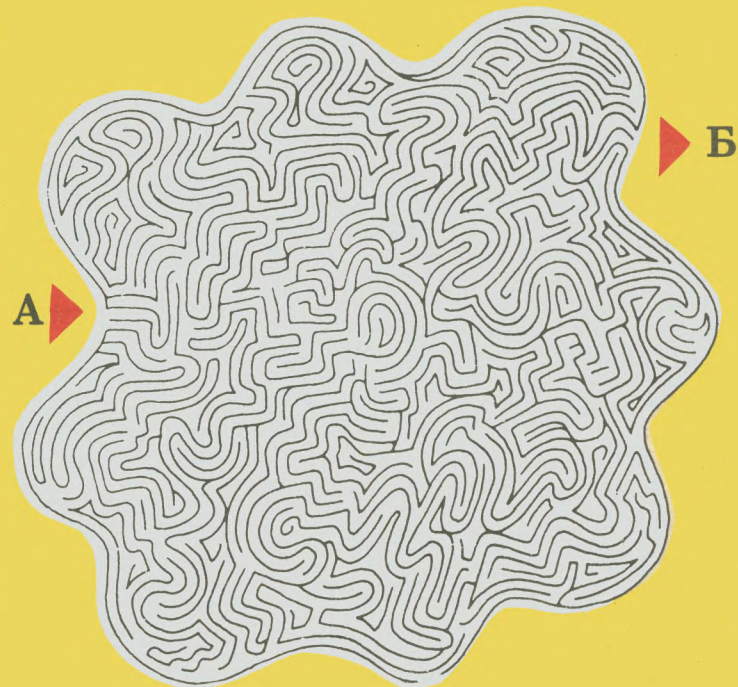
Попробуйте расставить числа так, чтобы эти суммы были равны 57 и 67. Может вам удастся расположить числа так, что в каждом треугольнике получится сумма, отличная от перечисленных.

27



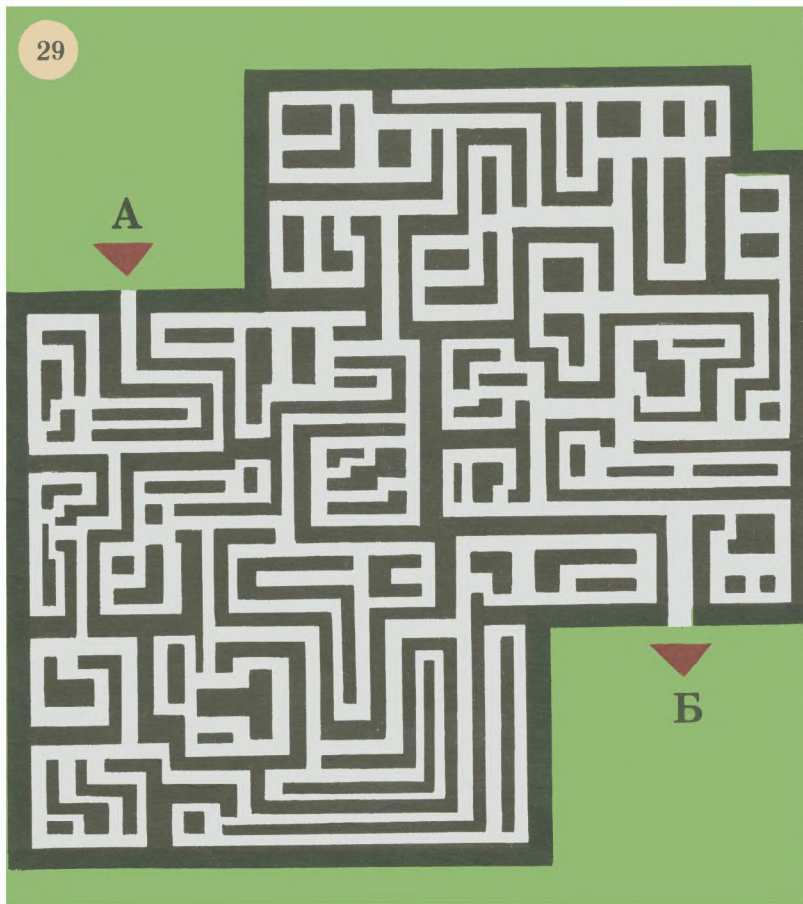
Найдите путь к трем елям, растущим в центре лабиринта.

28



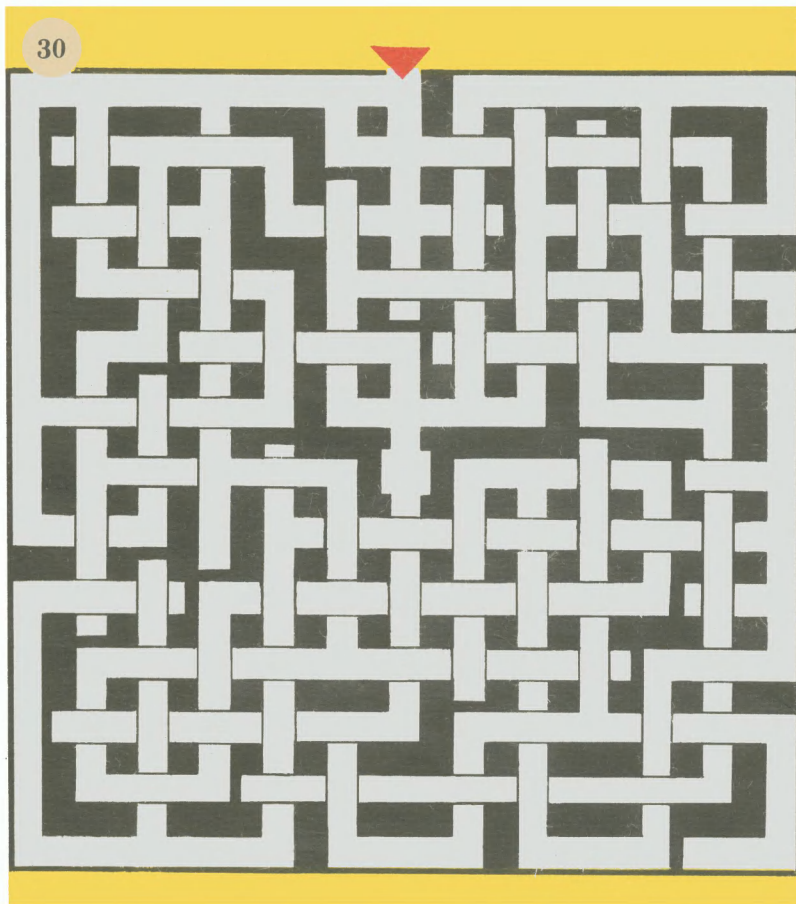
Проложите маршрут от пункта А до пункта Б по извилистым тропинкам этого лабиринта.

29

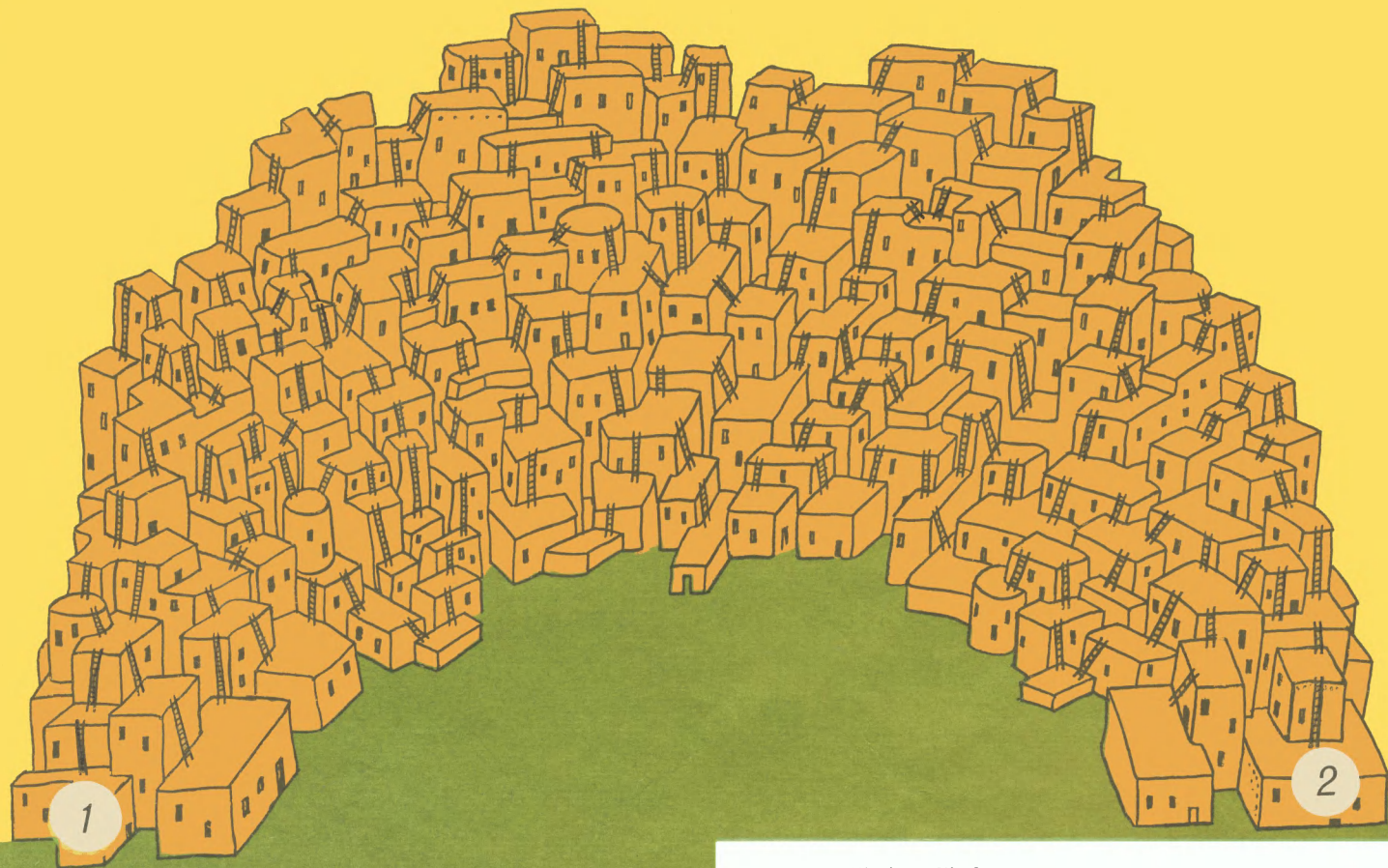


В этом лабиринте проложите путь от входа А до выхода Б. Среди нескольких вариантов возможных маршрутов есть и кратчайший, найдите его.

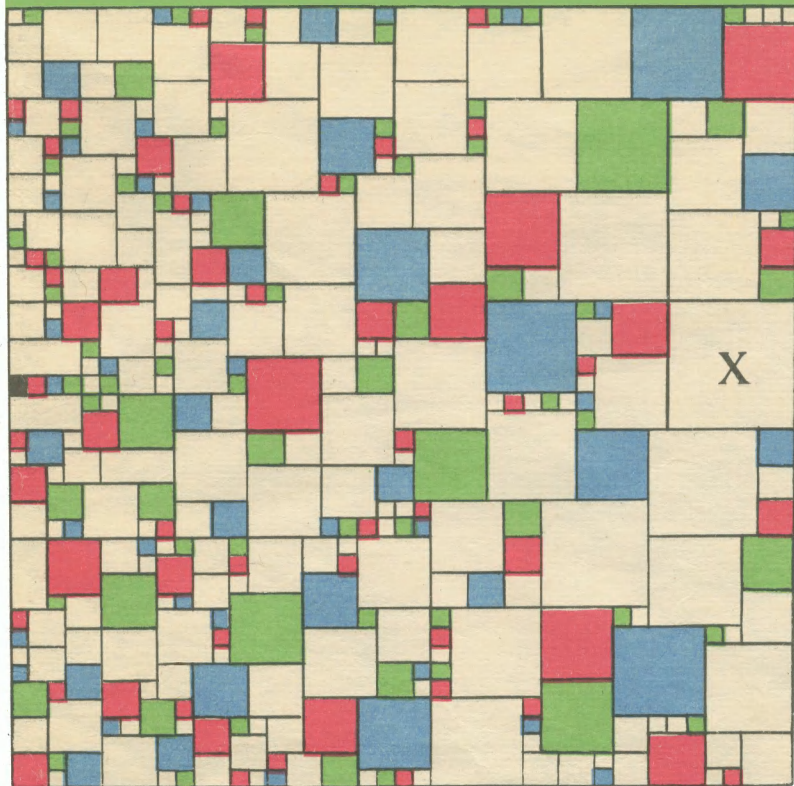
30



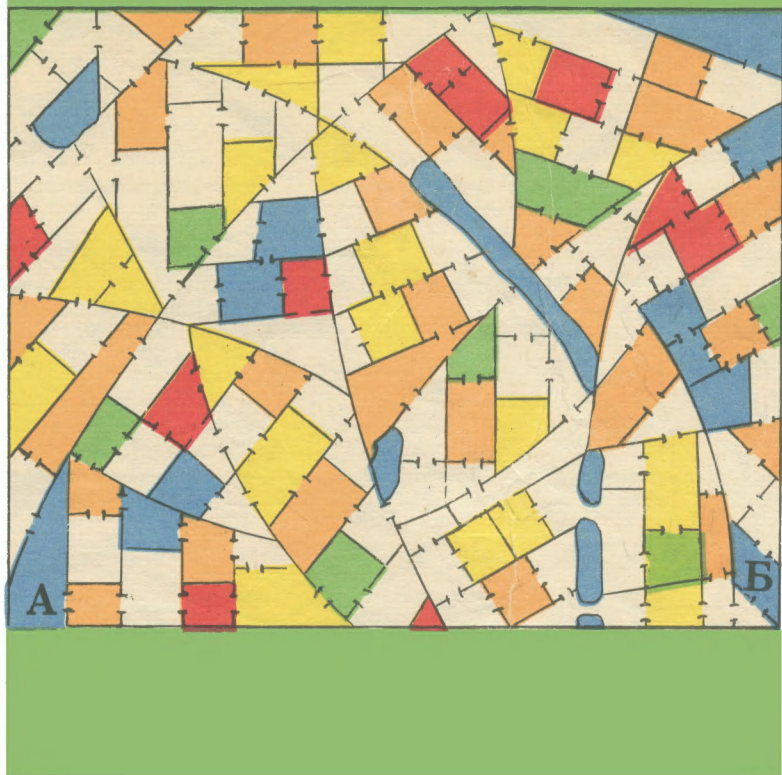
Коридоры этого пространственного лабиринта проложены на трех уровнях. Пройдите по ним до центрального квадратного зала помня, что нельзя переходить с одного уровня на следующий.



Дома № 1 и № 2 расположены на противоположных концах города. Найдите путь между ними, воспользовавшись лестницами и крышами домов.

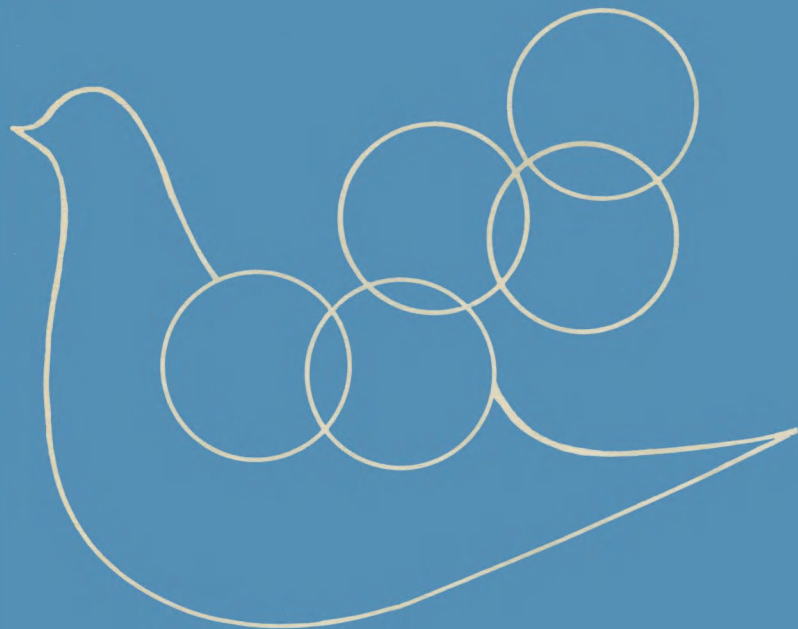


В этом своеобразном лабиринте найдите путь от исходного черного квадрата к квадрату, обозначенному значком „х”. Перемещаться можно только по сторонам конгруэнтных квадратов или от меньшего к большему, но не наоборот.

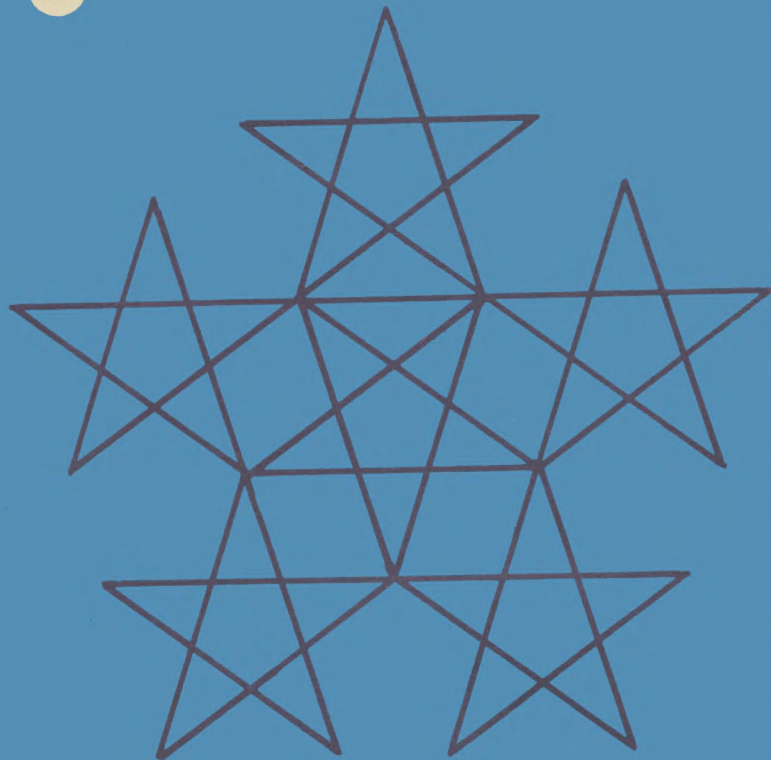


Инспектор садовых участков проверял свою территорию. Он вошел на участок А и вышел через участок Б. При этом он не проходил дважды через одну и ту же калитку. Сколько участков остались непроверенными?

34

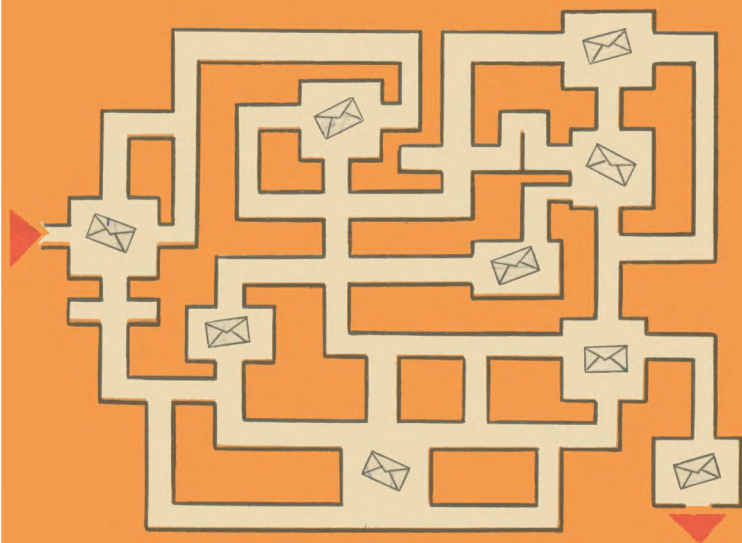


35



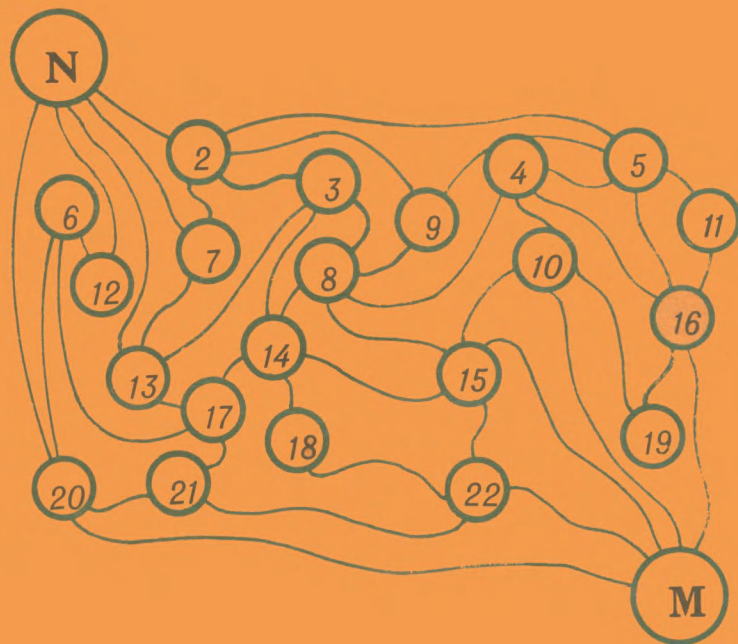
Нарисуйте одним росчерком фигуры 34 и 35, не отрывая карандаша от бумаги и не проводя дважды по одной и той же линии.

36



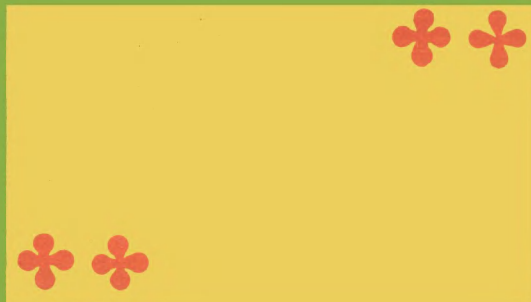
Почтальон развез почту в девять пунктов, но при этом он ни разу не проезжал по одной дороге дважды. Какой маршрут выбрал почтальон?

37



Проложите маршрут от М до N, побывав в каждом из 23 пронумерованных пунктов по одному разу и не пользуясь одной и той же дорогой дважды.

38



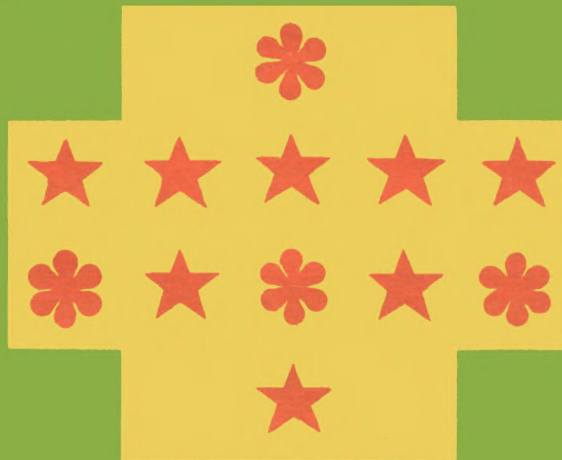
40

39



Разделить фигуры на четыре равные части так, чтобы в каждой из них было по одному цветку.

41



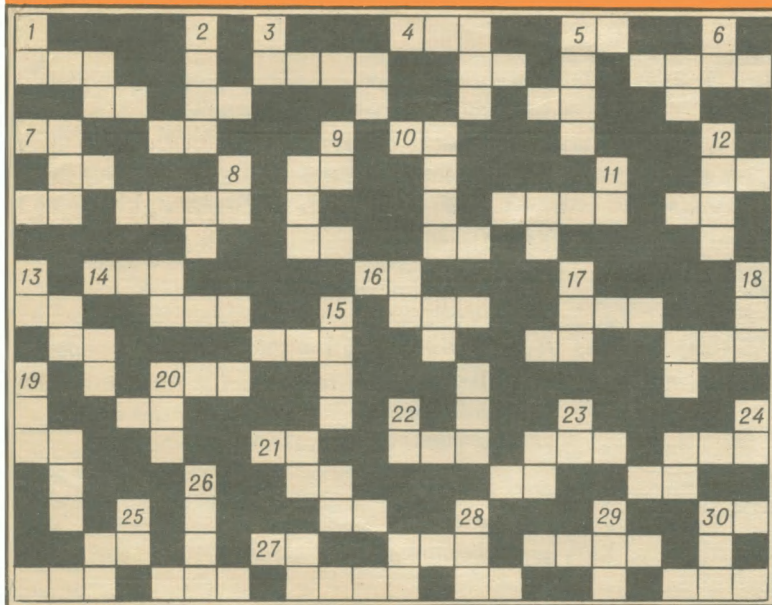
Разделите эту фигуру на четыре равные части так, чтобы в каждой из них был цветок и две звездочки.

42



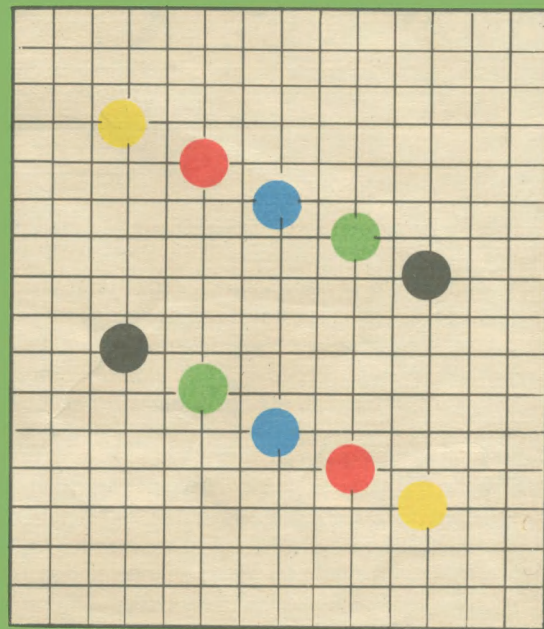
Разделите прямоугольник на четыре равные части так, чтобы в каждой из них было по две ели.

43

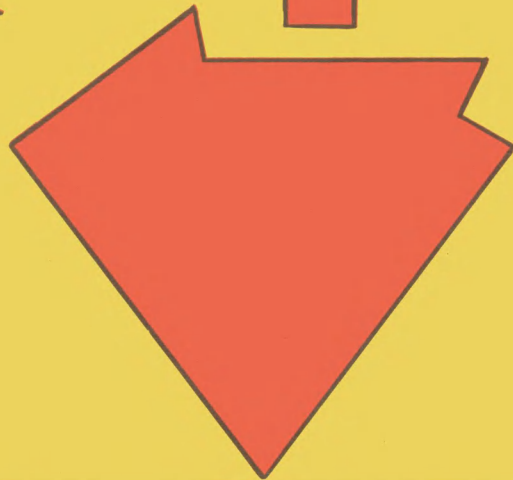
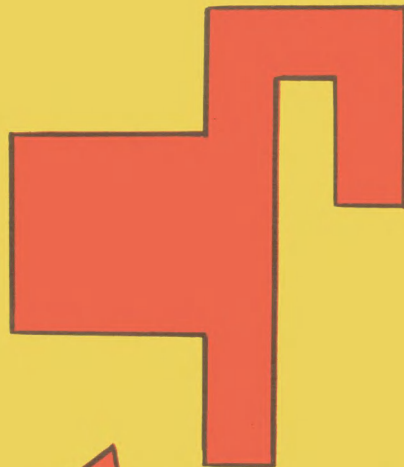
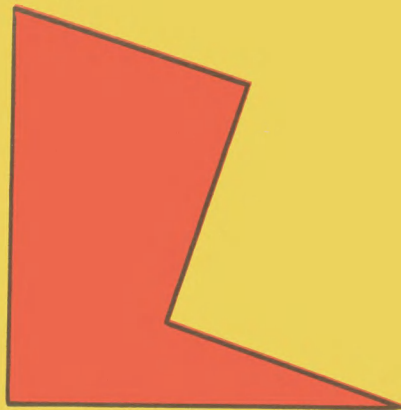
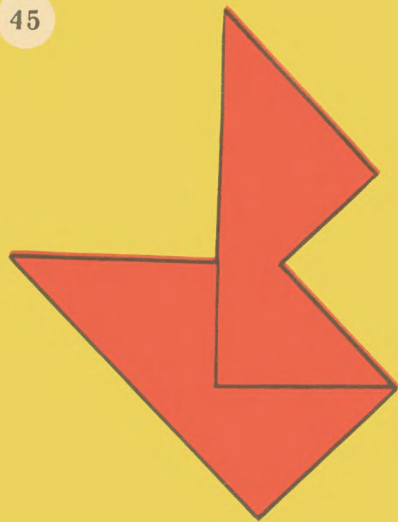


Учащиеся проводили конкурс на изготовление разверток модели куба. Они так увлеклись этим занятием, что предложили 30 разных вариантов разверток, среди которых есть и неправильные. Помогите учащимся найти их.

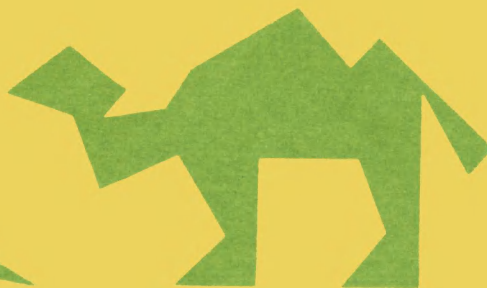
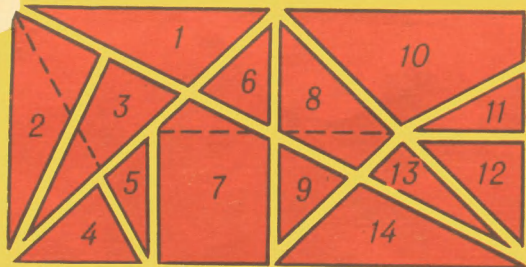
44



Соедините точки одинакового цвета непересекающимися ломаными линиями одинаковой длины так, чтобы звенья ломаных были параллельны сторонам прямоугольника, а длина ломаных — максимальна. При этом нельзя дважды проводить линию по какому-либо звену.



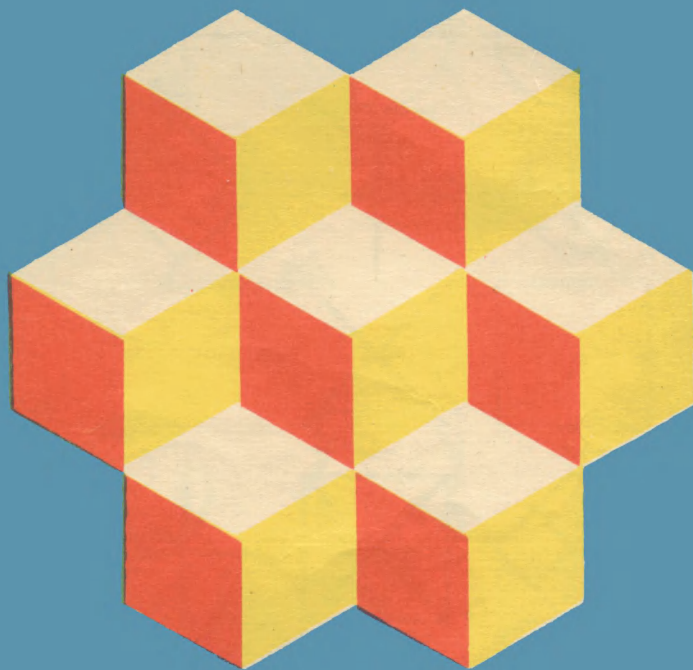
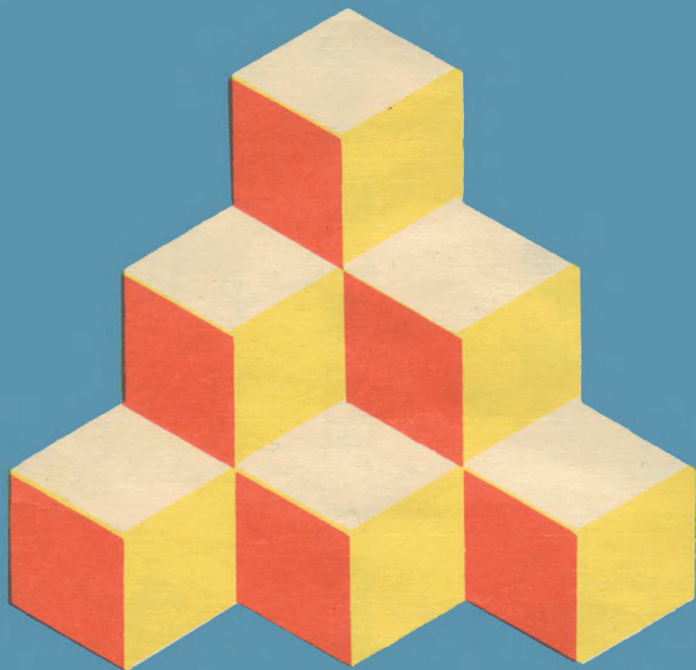
Разделите одной линией каждую фигуру на две одинаковые части, как, например, разделена первая фигура.



Стомахий — самая древняя математическая игра, изобретенная гениальным Архимедом (287—212 гг. до н. э.). Прямоугольную пластинку с отношением длин сторон 1 : 2 разрезают на 14 частей, из которых составляют силуэты множества людей, животных, растений и разных предметов. Как это делается, показано на примерах. Другие фигуры составьте сами.



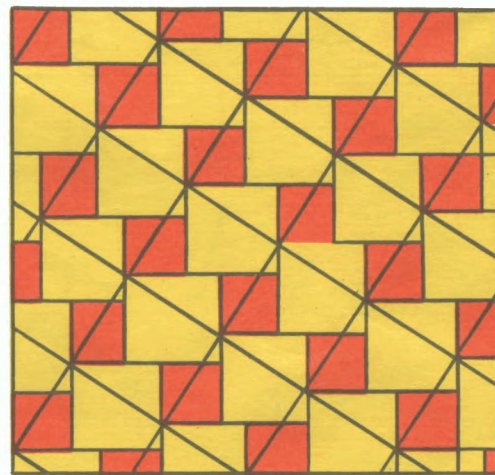
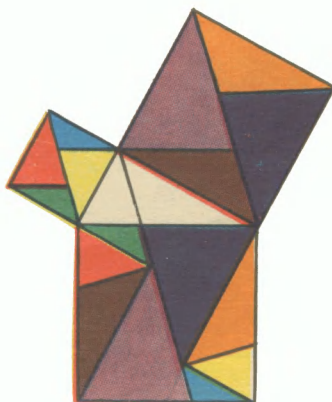
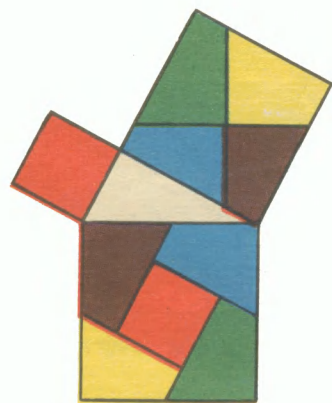
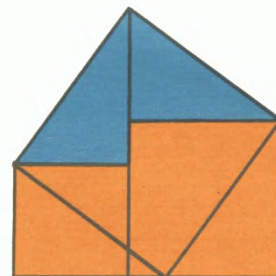
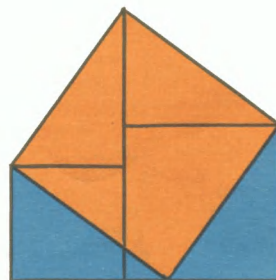
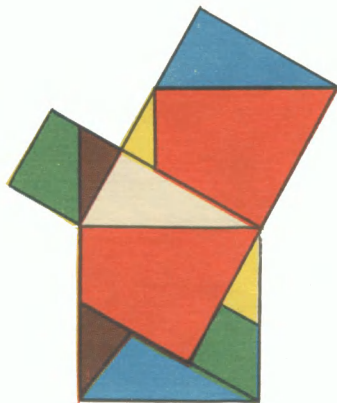
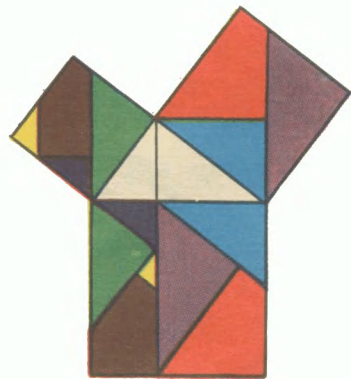
Танграм так же, как и стомахий — древняя игра. При этом квадрат разрезают на 7 частей, из которых нужно составить бесчисленное множество разных силуэтов.



Сосчитайте кубики! На первый взгляд это сделать совсем не сложно. Слева шесть кубиков, а справа — семь. Но это только видимые, а сколько есть еще невидимых, лежащих позади внешних контуров?

— Всего, — скажете вы, — слева десять, а справа . . . разрешите подумать.

Подумайте, потому что и слева их все-таки не десять. Решая задачу, следует иметь в виду, что в каждой группе кубики уложены в три слоя.



Неисчерпаема в своих применениях теорема Пифагора. Неисчерпаемо также и количество вариантов ее доказательств. При помощи каждого из шести рисунков попробуйте доказать теорему Пифагора.

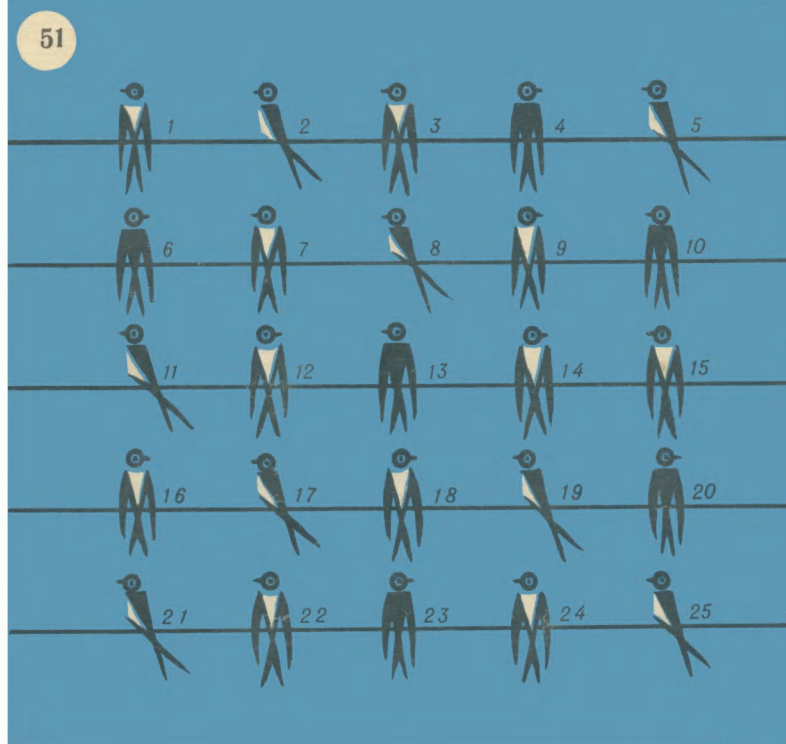
50



Леонард Эйлер хотел разместить в клетках квадрата 6×6 делегации от 6 полков, каждая из которых состояла из офицеров разных военных званий, например полковника, подполковника, майора, капитана и т. д., причем по каждой вертикали и горизонтали не должен повторяться ни полк, ни военное звание. Оказалось, что эта задача не имеет решения. Но аналогичные задачи для квадратов 3×3 , 4×4 , 5×5 разрешимы.

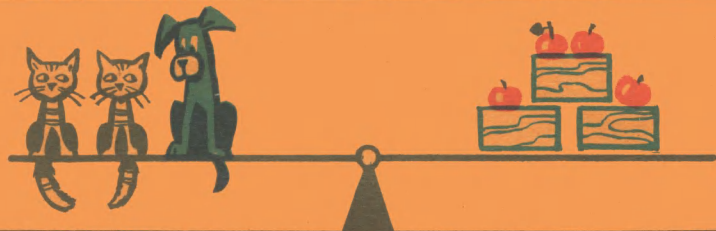
Решите задачу Эйлера для квадрата 5×5 , в котором размещают ся пять разных шахматных фигур.

51

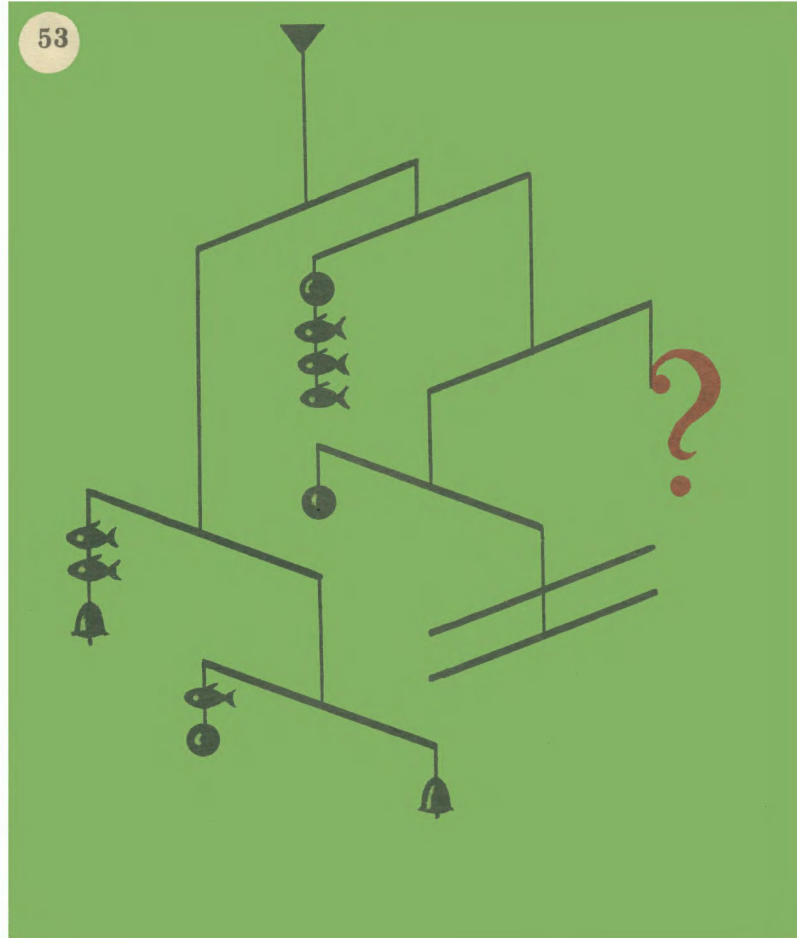


На телефонных проводах сидели двадцать пять ласточек. Кто-то вспугнул их, и пять ласточек улетели, в том числе улетела семнадцатая. После этого в каждой горизонтали и вертикали осталось по четыре ласточки. Потом еще улетело пять ласточек, и среди них восьмая. Тогда в каждой горизонтали и вертикали осталось по три ласточки. В третий и четвертый раз улетело еще по пять ласточек и среди них двадцатая и шестая. Теперь в каждой горизонтали и вертикали осталось сначала по две и, наконец, по одной ласточке.

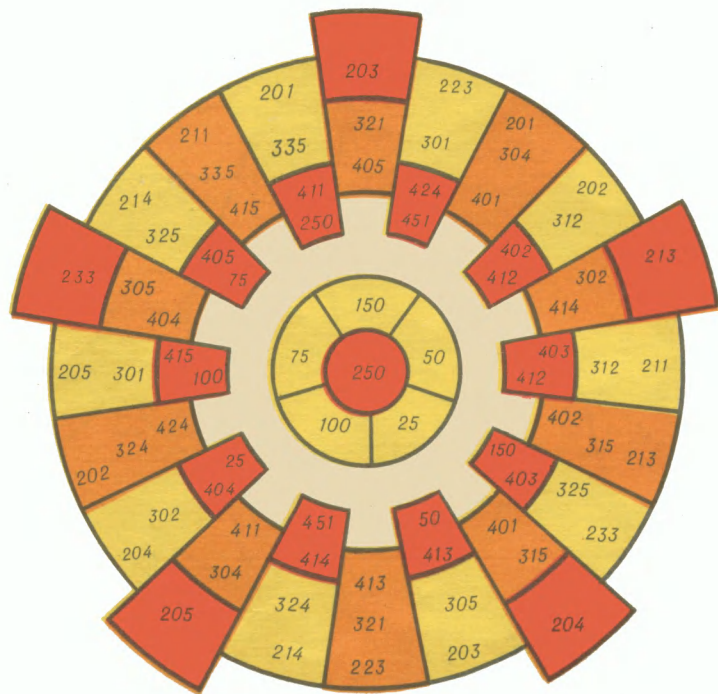
Какие пять ласточек остались сидеть на проводах?



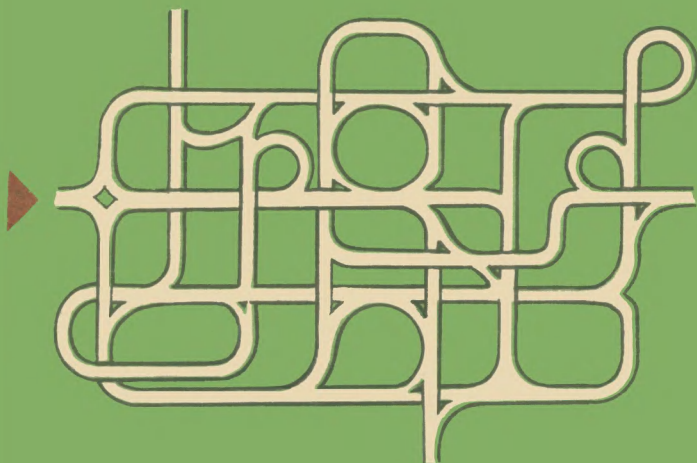
Какое количество кошек весит столько, сколько весит мальчик?



Какие из предметов — рыбки, шарики, колокольчики, коромысла — следует подвесить за свободную нить, чтобы уравновесить всю систему? (Весом нити можно пренебречь).



Начав с одной из красных клеток, расположенных на окружности, постарайтесь добраться до центра, пройдя весь путь менее, чем через десять клеток. Перемещаться можно от одной клетки к другой с одинаковыми числами (независимо от расстояния) или к разным числам, но в пределах одной клетки.



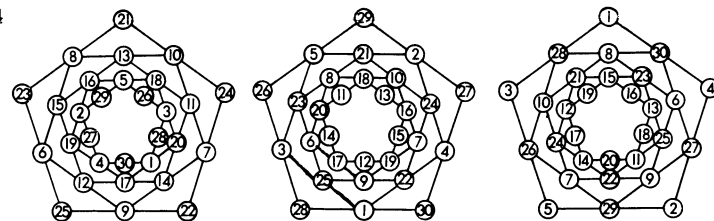
Перед вами сеть автомобильных дорог города. Все автомобили могут следовать по дорогам, совершая правые и левые повороты лишь под прямым углом. Машины могут въезжать в город с любого направления и выезжать из него в любом месте.

Однажды какой-то участок сети был закрыт для движения, в результате чего ни один автомобиль вообще не мог выехать из города. Найдите, где было перекрыто движение.

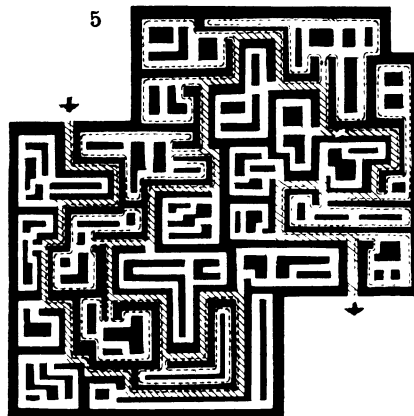
ОТВЕТЫ

3. Портос самый сильный, потом следуют д'Артаньян, Атос, Арамис. 4. Змея Горыныча убил Добрыня Никитич. 5. Фигура 2. 6. Фигура 4. 7. Эмблема 2. 8. Лицо 3. (В каждом ряду таблицы по вертикали и по горизонтали должно быть одно лицо в очках, два с усами, одно с шевелюрой и одно с бородой). 9. 1 (Действительно, $2+3+5 = 1+3+6 = 7+2+1$). 10. 5 (Действительно, $(4+6):2 = 5$, $(3+5):2 = 4$, $(2+8):2 = 5$). 11. 18 (Действительно, $(3 \cdot 5 \cdot 8):10 = 12$, $(4 \cdot 5 \cdot 7):10 = 14$, $(2 \cdot 9 \cdot 10):10 = 18$). 12. 7 (Действительно, $(16+11):3 = 9$, $(25+14):3 = 13$, $(16+5):3 = 7$). 14. Фигура 3. (Каждая фигура имеет не менее одной оси симметрии). 15. Фигура 2. 16. Фигура 4. 17. Фигура 4. 18. Фигура 4. 20. $2+6-3+4-5+8 = 12$, $9+8+1-3-5+2 = 12$, $8-6-1+7+9-5 = 12$, $3-2-1+4+5+3 = 12$, $7+9+8-4-3-5 = 12$. 21. Рис. 1. 22. Рис. 2. 23. Рис. 3. 24. А, Б, В, З, В, Г, Д, И, Д, Е, Ж, Б, З, Г, И, З, Ж, И, Е, А, Ж. Общий путь составил 211 км. Инспектор дважды проехал по участкам ВЗ и ДИ. 25. 1, 9, 1, 7, 2, 6, 2, 3, 7, 4, 3. 26. Рис. 4. 29. Рис. 5. 30. Рис. 6. 31. Рис. 7. 35. Рис. 8. 36. Рис. 9. 37. М, 15, 22, 18, 14, 3, 8, 4, 10, 19, 16, 11, 5, 9, 2, 7, 13, 17, 21, 20, 6, 12, N. 38. Рис. 10. 39. Рис. 11. 40. Рис. 12. 41. Рис. 13. 42. Рис. 14. 43. Фигуры: 4, 7, 9, 15, 18, 20, 22, 25, 27, 30. 44. Рис. 15. 45. Рис. 16. 46. Рис. 17. 47. Рис. 18. 48. 15 кубиков и 23 кубика. 49. Воспользуйтесь свойством равенства квадратов, построенных на диагонали и катетах прямоугольного треугольника. 50. Рис. 19. 51. Ласточки: 1, 10, 14, 18, 22. 52. Рис. 20. 53. Систему уравновесят шарик и рыбка. 54. Один из маршрутов: 203, 203—305, 305—404, 404—25, 25, 250. 55. Рис. 21.

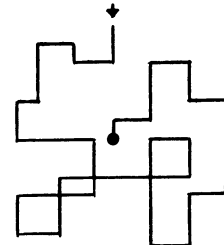
4



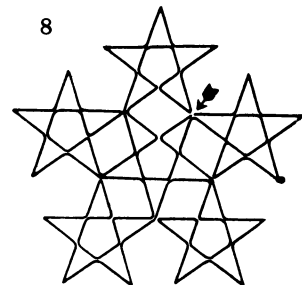
5



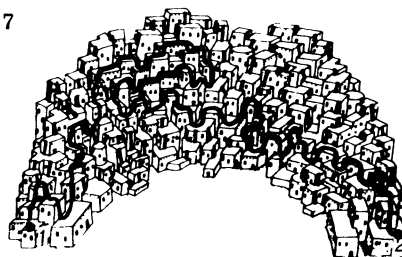
6



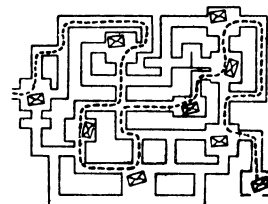
8



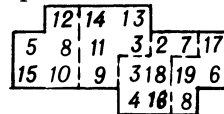
7



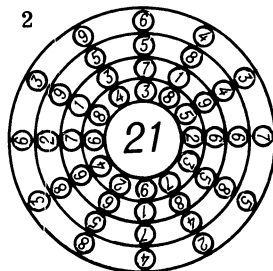
9



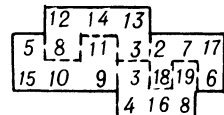
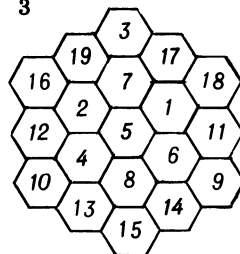
1

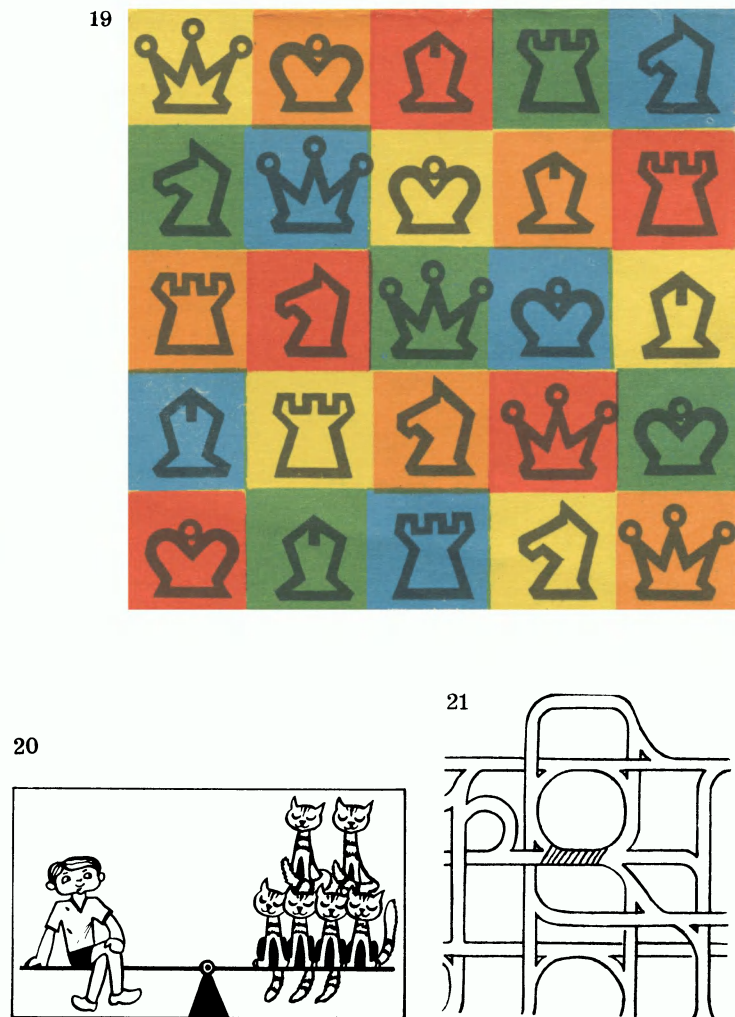
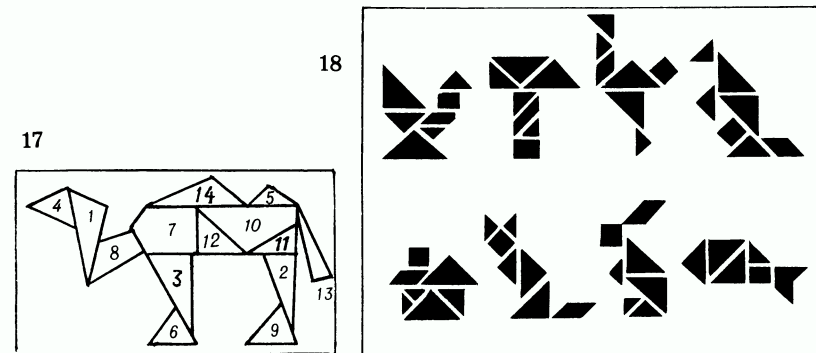
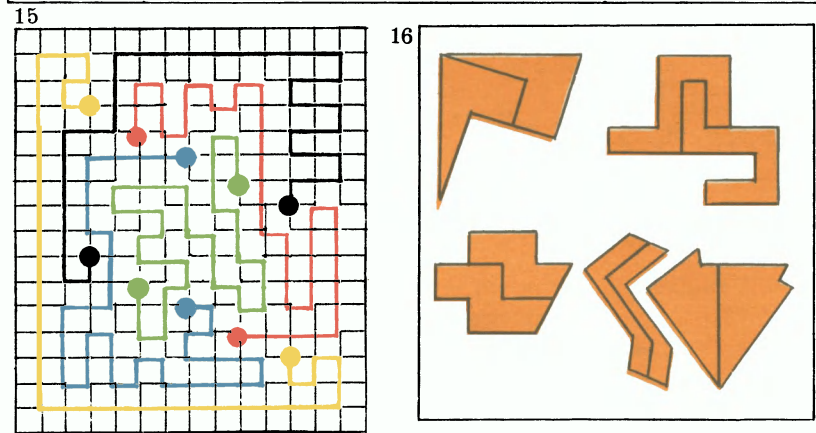
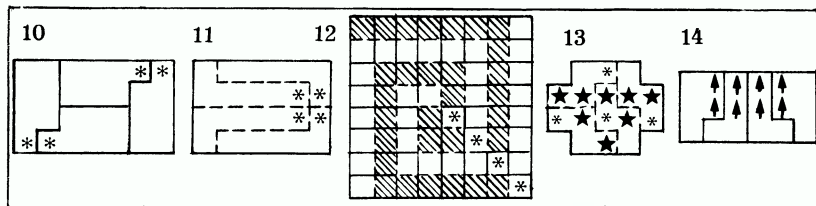


2



3





Математическая мозаика. А. Г. Конфорович.— Буклет.— Киев: Вища школа. Головное изд-во. 1982.— 2 л.

Буклет содержит занимательные задачи по математике. Решение таких задач способствует повышению интереса к математике, развитию логического мышления, памяти, сосредоточенности, наблюдательности, умению конструировать, находить правильный выход из создавшейся ситуации и т. д.

Рассчитан на учащихся средних специальных учебных заведений, профессионально-технических училищ и средних общеобразовательных школ.

Редакция литературы по математике и физике

Зав. редакцией *Е. Л. Корженевич*

Андрей Григорьевич Конфорович

Математическая мозаика

Редактор **Г. Ф. Трофимчук**

Художник **Г. Ф. Ханивецкий**

Художественный редактор **А. И. Швадчин**

Технические редакторы **К. В. Писаренко,**

Л. И. Шевченко

Корректор **Н. И. Шамрай**

Подп. в печать 04.05.82. БФ 02657 Формат 60 х 90 Бумага офсетная № 1. Гарнитура Универс. Печать офсетная. 2,0 печ. л. 8,0 усл.кр.-отт. 2,7 уч.-изд. л. Тираж 170 000 экз. Изд. № 5188. Цена 40 коп. Зак 2610.

Головное издательство издательского объединения „Вища школа”, 252054, Киев-54, ул. Гоголевская, 7

Напечатано с оригинала-макета, подготовленного в Головном издательстве издательского объединения „Вища школа” на Одесской книжной фабрике 270008, Одесса-8, ул. Дзержинского, 24

К $\frac{20202 - 061}{M211(04) - 82}$ 96 — 82. 1702000000

© Издательское объединение
„Вища школа”, 1982